

R. Vogel und A. Vogel

Zur Sedimentation von kugelförmigen Teilchen in Fluiden mit Fließgrenze

Teil II – Die stationäre Sinkgeschwindigkeit –

Einleitung

In der vorausgegangenen *Mitteilung 12/2* zum gleichen Thema wurde bereits angedeutet, dass mit Hilfe der *STOKES*-Zahl bzw. über die Funktion $St(Fz)$ die Sink- oder auch Aufsteiggeschwindigkeit von Teilchen in Fluiden mit Fließgrenze ermittelt werden kann. Danach gilt

$$c = \frac{1}{St(Fz)} \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{\eta}, \quad \langle 1 \rangle$$

wobei im weitesten Sinne in $St(Fz)$ sowohl die Eigenschaften des Fluids, als auch die der Kugel (des Körpers) zur Geltung kommen. Für einfache *NEWTON*-Fluide, also für den Grenzfall $Fz = 0$ sowie für kugelförmige Teilchen, wird mit der Funktion $St(Fz)$ lediglich der bekannte Zahlenwert **18** abgebildet. Ansonsten gibt es zum Funktionsverlauf, wie aus /1/ hervorgeht, unterschiedliche Angaben. Wie weit diese auseinander liegen veranschaulicht *Abb.1*. Dort ist der Quotient c/c_N , also die mit $St = 18$ berechnete, relative Sinkgeschwindigkeit

$$\frac{c}{c_N} = \frac{18}{St(Fz)} = f(Fz), \quad \langle 2 \rangle$$

in Abhängigkeit von der Fließ-Zahl Fz dargestellt, wobei die in /1/ zusammengetragenen Aussagen zu $St(Fz)$ verwendet wurden. Man erhält auf dieser Grundlage nach

der *Beris/Wünsch*-Position /3/

$$\frac{c}{c_N} \approx \frac{(1 - 21 Fz)^2}{50,2 Fz} \quad \langle 3 \rangle$$

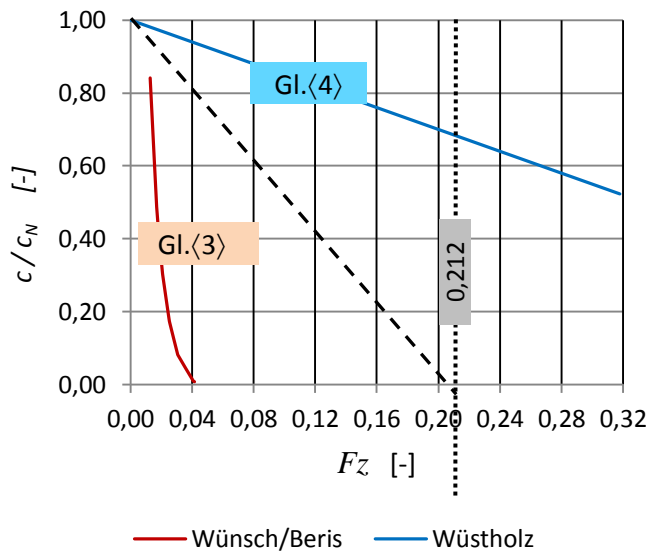
sowie mit dem *Wüstholtz*-Standpunkt

$$\frac{c}{c_N} = 1 - \frac{3}{2} \cdot Fz. \quad \langle 4 \rangle$$

Beide Beziehungen gelten für *BINGHAM*-Fluide,

In *Abb.1* ist der Funktionsverlauf nach Gl.⟨3⟩ im Nullbereich von Fz ausgespart, d.i. eine Bedingung gemäß /2/. Was die andere Grenze angeht, so ist die Verletzung von $c/c_N = 0$ bei

$F_z = F_z^* = 0,212$ durch beide Funktionen nicht zu übersehen. Wie bereits in /1/ vermerkt, liegen die theoretisch begründeten Ansätze von *Beris* /2/, *Wünsch* /3/ und *Wüstholz* /4/ zur Bestimmung der Sink- bzw. Aufsteiggeschwindigkeit von kugelförmigen Teilchen in einem *BINGHAM*-Fluid fern der Realität.



Zur Erinnerung:

Die Auswertung von /2/ und /3/ führte zu

$$\frac{St}{18} = 1 + 1,152 F_z \cdot St + 1,874 \sqrt{F_z \cdot St}$$

siehe /1/(21)/ .

umgeformt entspricht dies

$$St \approx \frac{904 F_z}{(1 - 21 F_z)^2}$$

Ebenso wird dort aus /4/ abgeleitet

$$St = \frac{18}{1 - \frac{3}{2} F_z} \quad /1/(22)/ .$$

Abb.1 Einfluss der Fließ-Zahl auf die relative Sinkgeschwindigkeit für kugelförmige Teilchen in *BINGHAM*-Fluiden).

In *Abb.1* ist außerdem eine dritte Funktion (gestrichelter Verlauf) fixiert, sie symbolisiert den Grenzfall des Fließzahl-Einflusses wie er durch das Kräftegleichgewicht entsprechend *Gl.1/(17)* beschrieben wird. Demnach muss eine realistische Funktion $c/c_N(F_z)$ für gegebene F_z auf jeden Fall kleinere c -Werte wiedergeben als diese Funktion ausweist. Von diesem Kenntnisstand ausgehend wird nachfolgend versucht, die vorhandene Lücke, wenigstens teilweise, zu schließen.

Erweiterung der theoretischen Basis

Die Analysen in /1/ behandeln vornehmlich *BINGHAM*-Fluide. Alle weitergehenden Betrachtungen bezüglich zusätzlicher Einflussgrößen erfordern weiteren Aufwand. Z.B. in Gestalt von $St(Fz; m)$, wenn m den Exponenten der Scherrate, die Krümmung der Fließkurve des Fluids wiedergibt. In diesem allgemeineren Fall kann man das in der *STOKES*-Zahl festgehaltene Kräfteverhältnis in Anlehnung an /1/(4) auch schreiben:

$$St = \frac{d g |\Delta\rho|}{\eta \frac{c}{d}} = \frac{d g \Delta\rho}{k m \left(\frac{c}{r}\right)^{m-1} \frac{c}{2r}} = \frac{d g \Delta\rho}{\eta \frac{c}{d}} \frac{\eta \frac{c}{r}}{m k \left(\frac{c}{r}\right)^m} = \frac{18}{m} \cdot \frac{\tau_N}{\tau_{Ostw.}} \quad \langle 5 \rangle$$

und somit $St(m)$ erfassen und koppeln. Für *OSTWALD*-Fluide (mit $\tau_0 = 0$ und folglich $Fz = 0$) besitzt

die *STOKES*-Zahl den Wert
$$St = \frac{18}{m}, \quad \langle 6 \rangle$$

was für *NEWTON*- bzw. *BINGHAM*-Fluide mit $m = 1$ den Basis-Wert $St = 18$, siehe /1/(6), einschließt. Für Fluide mit Fließgrenze fixiert diese Zahl den Null-Wert der Funktion

$$St(Fz; m)_{Fz=0} = St_0 = \frac{18}{m}. \quad \langle 7 \rangle$$

Orientierende Sinkversuche

Zur Verfügung standen mehrere Fluide einer *HERSCHEL-BULKLEY*-Generation sowie Kugeln unterschiedlicher Größe und Dichte.

Im *Tafel 1* ist ein Protokoll-Auszug einer Versuchsreihe festgehalten. Er enthält die charakteristischen Daten der verwendeten Flüssigkeit, sowie über die mittlere Kugeldichte berechnet, den speziellen Durchmesser d_0 einer Kugel, die unter den gegebenen Umständen nicht absinken kann. In der Tabelle sind die Variable 'Kugeldurchmesser', die jeweilige Kugeldichte sowie die Sinkgeschwindigkeit zu finden. Grau hinterlegt sind die Größen der Auswertung. Ebenfalls sind dort die für die Auswertung benutzten Beziehungen aufgeschrieben.

Um den Wert eines Versuchs bzw. einer -reihe beurteilen zu können, gehört der erste Blick der *REYNOLDS*-Zahl, da zur prinzipiellen Forderung nach **schleichender** Kugelbewegung, die Bedingung $Re < 0,5$ gehört. Wie die Tabellenwerte zeigen, wird diese Voraussetzung mit $10^{-6} < Re < 10^{-1}$ erfüllt.

Tafel 1 Versuchsreihe E, Versuchsdaten und erste Auswertung

FLUID - Basis	ρ_{FL}	1009	[kg/m ³]
	τ_0	1,81	[Pa]
	k	2,61	[Pa s ^m]
	m	0,540	[-]
	d_0	0,599	[mm]

$$d_0 = \frac{\tau_0}{\frac{2}{3} g \Delta \rho} \quad \eta = k m \cdot \dot{\gamma}^{m-1}$$

$$Re = \frac{c d \rho_{FL}}{\eta}$$

GLAS - Kugeln 2	d	$d - d_0$	ρ_K	c	η	Re
	[mm]	[mm]	[kg/m ³]	[mm/s]	[Pa s]	[-]
	7,52	6,92	2460	9,5	0,922	0,078
	7,50	6,90	2460	9,1	0,938	0,073
	6,98	6,38	2460	6,6	1,05	0,044
	6,95	6,35	2460	6,6	1,05	0,044
	6,15	5,55	2460	3,5	1,33	0,016
	6,07	5,47	2460	2,9	1,43	0,012
	5,09	4,49	2460	1,4	1,88	0,0037
	4,99	4,39	2460	1,3	1,93	0,0033
	4,17	3,57	2460	0,44	2,89	0,0006
	4,13	3,53	2460	0,49	2,73	0,0007
	3,13	2,53	2390	0,055	6,56	0,00003
	3,06	2,46	2460	0,073	5,70	0,00004
	2,58	1,98	2500	0,0248	8,68	0,00001
	2,40	1,80	2400	0,0145	10,75	0,000003
	2,32	1,72	2460	0,0137	10,85	0,000003
	1,98	1,38	2490	0,0049	16,28	0,000001

Das Versuchsergebnis $c(d)$ ist in Abb.2 festgehalten. Bedingt durch die Fließgrenze τ_0 verharren sehr kleine Kugeln in der umgebenden Flüssigkeit. Nur Kugeln mit $d > d_0 \approx 0,6 \text{ mm}$ bestimmen den Funktionsverlauf. Rechts im Bild ist einerseits das Grenzkorn in $d - d_0$ unterdrückt, andererseits die für ein Fluid **ohne** Fließgrenze – jedoch sonst gleichem Habitus – geltende Funktion $c(d)$ hinzu-

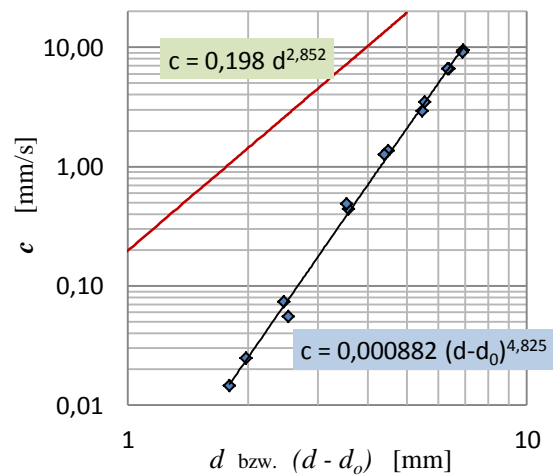
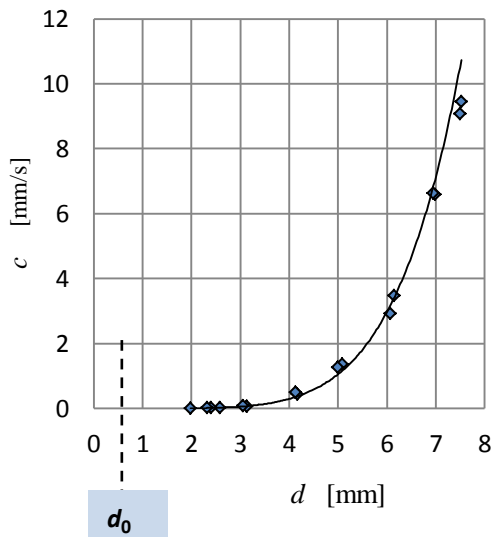


Abb.2 Sinkgeschwindigkeit von GLAS-Kugeln.

- nach den Versuchsergebnissen von Tafel 1,
- berechnet für eine Flüssigkeit **ohne** Fließgrenze (rote Kurve).

gefügt. Letztere folgt aus Gl.(1) sowie (6) mit dem Resultat

$$c = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{St \eta} = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{18 k \mu (2c/d)^{m-1}} = d \frac{m+1}{m} \left[\frac{g |\Delta\rho|}{18 k 2^{m-1}} \right]^{1/m} = c_{Ostw}. \quad \langle 8 \rangle$$

Die markante Differenz beider Funktionen erinnert an die völlig andere Geschwindigkeitsverteilung im Feld um die Kugel – siehe hierzu /1/Abb.4/ –, was sowohl in der Funktionskonstanten, als auch im Exponenten zum Ausdruck kommt. Zu den dargestellten Funktionen soll noch vermerkt werden, dass im Falle $c > 30 \text{ mm/s}$ die Re-Bedingung verletzt würde.

Die in Abb.2 eingetragenen Funktionsbeziehungen sind nach den Tafel-Werten inhaltlich zunächst auf Gl.(8) mit $\frac{m+1}{m} = 2,85 [-]$ und $\left[\frac{g |\Delta\rho|}{18 k 2^{m-1}} \right]^{1/m} = 0,198 [\text{mm}^{1,85} / \text{s}]$ zurückzuführen, ansonsten ist der experimentell gegebene Befund bis jetzt nur allgemein als $(Fz; m)$ -Funktion zu konstatieren.

Die Verifizierung der Minderung der Sinkgeschwindigkeit bedingt durch τ_0 kann – ausgehend von Gl.(8) – in verschiedener Weise erfolgen: Entweder mit Hilfe eines negativen Korrekturgliedes, oder an Hand eines Faktors. Beide Lösungsmöglichkeiten müssen Funktionen sowohl der Fließzahl Fz , als auch des Exponenten m sein. Baut man auf die Überlegungen in /1/ auf, so empfiehlt sich die Variante

$$c = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{St(Fz; m) \eta} = d \frac{m+1}{m} \left[\frac{g |\Delta\rho|}{18 k 2^{m-1}} \right]^{1/m} \cdot f(Fz; m) = c_{Ostw} \cdot f(Fz; m), \quad \langle 9 \rangle$$

die für alle $d < d_o$ immer $c = 0$ bringen muss. Ein erster Schritt in Richtung Zusatzfunktion kann die Erfassung von $c(d)$ in Form von $St(Fz)_{m=konst.}$ sein. Wird bei der Gestaltung dieser Funktion die aus der Kräftebilanz abgeleitete Aussage – s. hierzu /1/Gl(22)/ –

$$\frac{18/m}{1 - Fz/Fz^*} = A \quad \langle 10 \rangle^1 \quad \text{als Bezugsgröße gewählt, so gehört zu}$$

Abb.2 die Grafik $\frac{St}{A} \left(\frac{Fz}{Fz^*} \right)$. Bedenkt man ferner, dass zu dieser Funktion bei $Fz = 0$ der

Funktionswert $\frac{St}{A} = 1$ gehört, so wird eine physikalisch/mathematische Interpretation der Experi-

mente erleichtert, wenn mit den Versuchsdaten $\left(\frac{St}{A} - 1 \right)$ berechnet und, wie in Abb.3 geschehen, in

Abhängigkeit von $\left(\frac{Fz}{Fz^*} \right)$ dargestellt wird.

¹⁾ Hinweis: Die Grenzfließ-Zahl $Fz^* = 2 / (3\pi)$ entspricht dem theoretischen Wert der bekannten Stabilitäts-Kennzahl Λ von SVB.

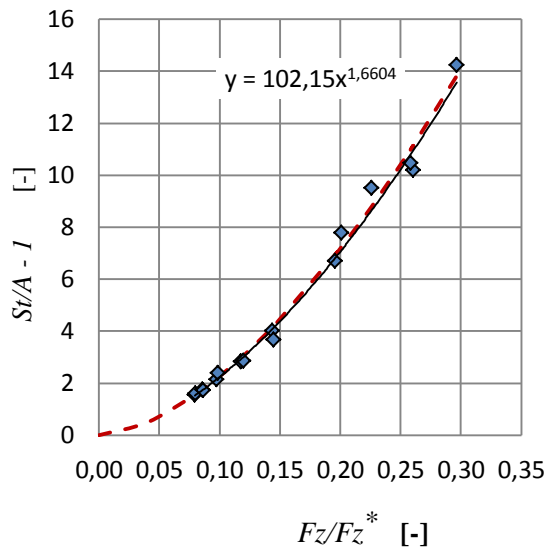


Abb.3 Der Fließzahl-Einfluss auf das Strömungsfeld in Gestalt einer relativierten STOKES-Zahl.

$$St \approx \frac{St_0}{1 - \frac{Fz}{Fz^*}} \left[1 + \pi St_0 \left(\frac{Fz}{Fz^*} \right)^{5/3} \right] \quad \langle 12 \rangle$$

Ein solches Vorgehen ermöglicht noch andere Lösungen. Hier soll mit diesem Beispiel nur noch die

zu Gl.⟨9⟩ gehörende Ergänzung $f(Fz; m) = \frac{c}{c_{Ostw.}} = \left[\frac{1 - \frac{Fz}{Fz^*}}{1 + \pi St_0 \left(\frac{Fz}{Fz^*} \right)^{5/3}} \right]^{1/m} = \left[\frac{St_0}{St} \right]^m \quad \langle 13 \rangle$

genannt werden.

Dieses Bild erlaubt zwei Aussagen:

- Die Versuchsergebnisse können gut mit einer Potenzfunktion (nach xlsx-Programm) verglichen werden. Mit der damit möglichen Vorgabe

$1,6604 \approx 5/3$ ist die einfache Näherungsaussage

- $\frac{St}{A} - 1 \approx \pi St_0 \left(\frac{Fz}{Fz^*} \right)^{5/3} \quad \langle 11 \rangle$

möglich. Sie wird in der nebenstehenden Grafik rot-gestrichelt markiert. Ihre Gültigkeit ist den Tafel-Werten entsprechend begrenzt.

Über die Formulierung ⟨11⟩ erhält man schließlich die gesuchte Funktion.

Die Kennzahl-Abhängigkeiten

Um das Konzept $St(Fz; m)$ weitgehend allgemeingültig realisieren zu können, waren weitere Sinkversuche nötig. *Abb.4* zeigt einen Teil der bisherigen Ergebnisse. In Anlehnung an die Versuchsstrategie, die die Messung der Sinkgeschwindigkeit verschiedener Kugeln in vorgegebener Flüssigkeit vorsah, wurde dort die Funktion $St(Fz)$ als Basis und der Fließexponent m als Parameter gewählt. In *Tafel 3* sind die dazu gehörenden charakteristischen Daten der verwendeten Fluide angegeben.

Tafel 3

Die kennzeichnenden Größen
der ausgewählten
HERSCHEL-BULKLEY-Fluide

Fluid	N	B	E	D	T
m [-]	0,352	0,491	0,540	0,628	0,807
k [Pa s ^m]	7,47	18,94	2,61	1,13	1,93
τ_0 [Pa]	2,89	6,71	1,81	1,10	3,32
ρ [kg/m ³]	1011	1012	1009	1003	1040

Die verschiedenen Kugeln sind zum einen ihrer Dichte nach durch unterschiedliche Symbole gekennzeichnet, zum anderen weisen die Symbolfüllungen auf die verwendeten Fluide, auf den Exponenten der Funktion hin. Die Markierungen auf der Ordinate des Diagrammes gehören zur jeweils verwendeten Flüssigkeit und geben den Funktionswert $St_{Fz=0} = St_0 = 18/m$ an.

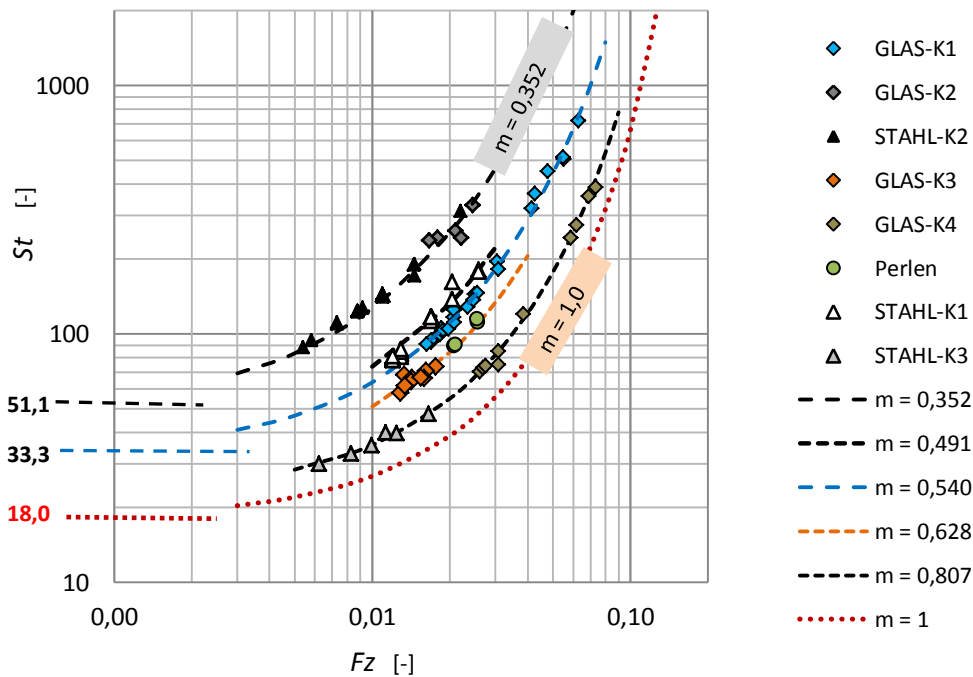


Abb.4 Die Ergebnisse von Kugelsinkversuchen als Kennzahl-Funktionen.
(eine Auswahl)

Die mathematische Interpretation der in *Abb.4* ausgewiesenen experimentellen Fakten wurde von $c(d)$ ausgehend schrittweise vorgenommen. Als Basis für die dimensionslose Darstellung wurde das ‚einfache‘ Kräfteverhältnis $1/(18)$ benutzt. Erweitert um die zusätzliche Variable m , heißt das

$$St = \frac{18/m}{1 - F_z / F_z^*} \cdot [1 + Q(F_z; m)]^p = A \cdot [1 + Q(F_z; m)]^p \quad \langle 14 \rangle$$

Über eine Abspaltung und Erfassung von $[Q(F_z; m)]$ führen umfangreiche Analysen der Einflussgrößen zu der relativ einfachen Lösung

$$St = A [1 + A \cdot F_z]^2 = \frac{18/m}{1 - F_z / F_z^*} \left[1 + \frac{18/m}{1 - F_z / F_z^*} \cdot F_z \right]^2, \quad \langle 15 \rangle$$

die mit sehr guter Näherung die vorhandenen Versuchsergebnisse wiedergibt – gestrichelte Kurven in *Abb.4*. Nach dem derzeitigen Kenntnisstand muss für diese Beziehung ein Gültigkeitsbereich

$$1 > m > 0,3 \quad \text{sowie} \quad 0 \leq F_z < 0,12 \quad \text{und selbstverständlich} \quad Re \ll 1 \quad \langle 16 \rangle$$

genannt werden. Für eine Näherungsrechnung ist die Fließzahlbegrenzung überflüssig.

Im Bereich $F_z / F_z^* < 0,3$ ist $\langle 15 \rangle$ nur gering von $\langle 12 \rangle$ verschieden. Experimentell nicht belegt, aus dem Ergebnis $\langle 15 \rangle$ abgeleitet, ist der Spezialfall mit $m = 1$ für *BINGHAM*-Fluide, der ebenfalls in *Abb.4* eingetragen ist.

Zur stationären Sinkgeschwindigkeit – explizit und relativ im Rückblick

Sowohl die Versuchsergebnisse von *Abb.4* allein, als auch deren verallgemeinerte Fassung in Gl. $\langle 15 \rangle$, ermöglichen die Berechnung der stationären Sink- bzw. Aufsteiggeschwindigkeit von kugelförmigen Teilchen in Fluiden mit Fließgrenze. Dazu muss an Hand der Kugel- und Fluid-Daten als erstes die F_z -Zahl bestimmt werden, mit der man als Abszissenwert von *Abb.4* für das mit m charakterisierte Fluid den Wert der St -Zahl ablesen kann. Mit diesem St -Wert kann die Sinkgeschwindigkeit mit Hilfe von Gl. $\langle 1 \rangle$ berechnet werden. Allerdings ist dieser Weg umständlich, da wegen der $\dot{\gamma}$ -Abhängigkeit der differentiellen Viskosität η diese erst geschätzt und weiter eine schrittweise Annäherung an die gesuchte Geschwindigkeit erfolgen muss.

Präziser erreicht man mit Hilfe von Gl. $\langle 15 \rangle$ das Ziel, denn damit folgt ausgehend von Gl. $\langle 1 \rangle$ bzw. $\langle 6 \rangle$

$$c = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{St(F_z; m) \eta} = d^{\frac{m+1}{m}} \left[\frac{g |\Delta\rho|}{18 k 2^{m-1}} \right]^{1/m} \cdot \left[\frac{1 - F_z / F_z^*}{\left[1 + \frac{18/m}{1 - F_z / F_z^*} \cdot F_z \right]^2} \right]^{1/m} \quad \langle 17 \rangle$$

Für BINGHAM-Fluide mit $\eta(\dot{\gamma}) = konst.$ erhält man

$$c = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{St(Fz) \eta} = \frac{d^2 g |\Delta\rho|}{18 \eta} \cdot \frac{1 - Fz / Fz^*}{\left[1 + \frac{18}{1 - Fz / Fz^*} \cdot Fz \right]^2} \quad \langle 18 \rangle$$

Damit ist die Sinkgeschwindigkeit an Hand von Kugel- und Fluid-Daten explizit berechenbar. Welchen großen Einfluss die Fließgrenze des Fluids auf das Ergebnis hat, erfährt man bei Betrachtung der relativen Sinkgeschwindigkeit $c / c_{Ostw.}$, hier ausgehend von Gl.⟨17⟩ unter Beachtung von ⟨8⟩ durch Auswertung von

$$\frac{c}{c_{Ostw.}} = \left[\frac{1 - Fz / Fz^*}{\left[1 + \frac{18/m}{1 - Fz / Fz^*} \cdot Fz \right]^2} \right]^{1/m}, \quad \langle 19 \rangle$$

Abb.5 gibt diesen Befund wider, wobei einerseits der Sonderfall $m = 1$ gezeigt, andererseits mit $m = 0,54$ den in *Tafel 1* zusammengestellten Versuchsergebnissen Rechnung getragen wird. Die rechts im Bild dargestellte Wandlung durch die logarithmisch geteilte Abszisse soll den rapiden Abfall der Sinkgeschwindigkeit bereits bei kleinstem Fz unterstreichen, sowie gerade dort den Unterschied der einzelnen Lösungen deutlich machen.

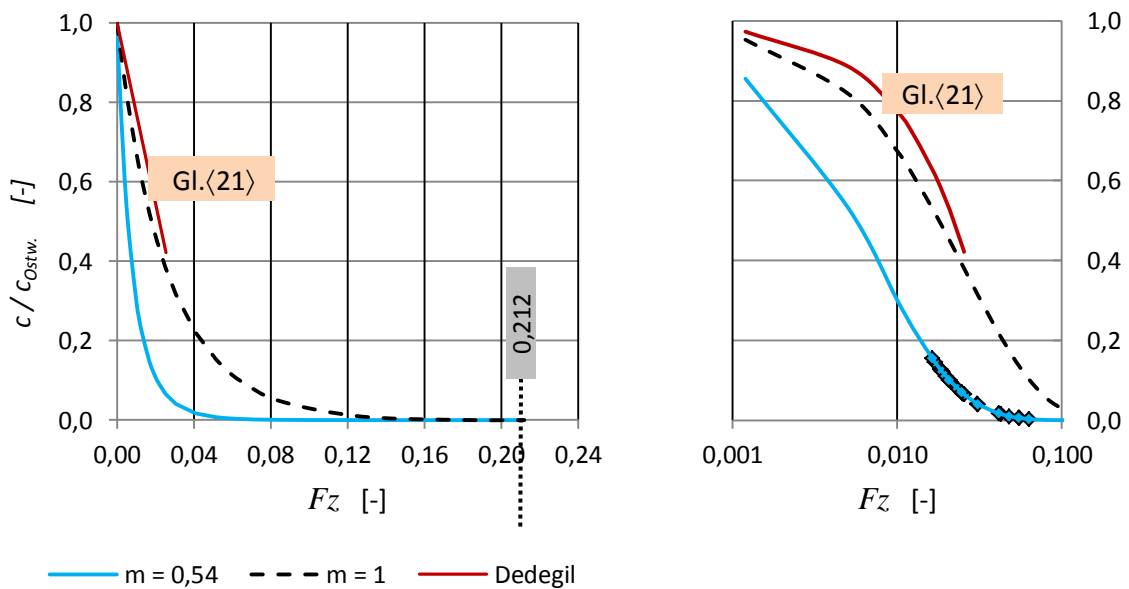


Abb.5 Die relative Sinkgeschwindigkeit als Funktion der Fließ-Zahl. Auswertung von Gl.⟨19⟩ für verschiedene Fließexponenten und Vergleich mit Schlussfolgerungen aus /6/.

Außer der Funktion ⟨19⟩ zeigt Abb.5 5 – hier stellvertretend für ähnliche Positionen der Gruppe **B** – das Resultat einer von *M.Y. Dedegil* /6/ veröffentlichten Beziehung.

Aufbauend auf Versuche von *L. Valentik* /7/ findet *Dedegil*

$$c = \sqrt{\frac{2}{C_w \rho_{fl.}} \left[\frac{2}{3} d g \Delta \rho - \pi \tau_0 \right]} \quad \text{mit } C_w = \frac{24}{Re} \quad \text{und } Re < 8, \quad \langle 20 \rangle$$

Unter Beachtung der spezifischen Re -Definition in /6/ folgt daraus für $Fz < 0,025$

$$St = \frac{18}{1 - Fz \left(18 + \frac{3}{2} \pi \right)} \quad \text{und damit} \quad \frac{c}{c_N} = 1 - Fz \left(18 + \frac{3}{2} \pi \right) \quad \langle 21 \rangle$$

Wie mit *Abb.5* deutlich wird, ist dieses Ergebnis der Herkunft entsprechend nur bedingt mit $\langle 19 \rangle$ vergleichbar.

In der Bilderganzung – *Abb.5 rechts* – sind auch die Versuchswerte von *Tafel 1* eingetragen. Eine so gute Übereinstimmung mit dem Verlauf der Funktion $\langle 19 \rangle$ darf nicht verwundern, da $\langle 19 \rangle$ auch diese Versuche zur Basis hat. Bemerkenswert ist allerdings die Tatsache, dass der Funktionsverlauf bereits ab $Fz > 0,14$ – fern von Fz^* –Null nahe kommt; d.h. es ist sehr aufwendig, dort Absinken/Aufsteigen von Teilchen experimentell zu verfolgen.

Analog zu der von *Dedegil* gewählten Formulierung $\langle 20 \rangle$, in der mit C_w das Umfeld der Kugel erfasst wird, kann auch an Stelle von Gl. $\langle 17 \rangle$ bzw. $\langle 18 \rangle$ über die Definitionsgleichung von C_w eine Re -Verbindung hergestellt werden. Ohne Einschränkung gilt

$$c = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d g \Delta \rho}{C_w \rho_{fl.}}} \quad \langle 22 \rangle \quad \text{worin der Widerstandsbeiwert Einflüsse sowie}$$

Korrekturen jeglicher Art wiedergeben kann. Bei **schleichender** Bewegung von kugelförmigen Teilchen in Fluiden mit Fließgrenze besitzt dieser die Größe

$$C_w = \frac{\frac{2}{3} d g \Delta \rho}{\frac{\rho}{2} c^2} = \frac{4}{3} \frac{St}{Re} = \frac{24}{Re} \cdot \left\{ \frac{1}{1 - Fz / Fz^*} \left[1 + \frac{18 Fz}{1 - Fz / Fz^*} \right]^2 \right\} \quad \langle 23 \rangle$$

Beide Ausgangspositionen und Möglichkeiten zur Berechnung der Sinkgeschwindigkeit – also die Gln. $\langle 20 \rangle$ und $\langle 22 \rangle$ – setzen eine bekannte C_w -Funktion voraus, beide ermöglichen die Nutzung dieser nur, wenn die einschlägige Re -Zahl bekannt ist. Da diese von der Sinkgeschwindigkeit selbst mitbestimmt wird, liegt es auf der Hand, dass iterativ vorgegangen werden muss. Durch diesen Umstand bedingt, sind die gebotene Beziehungen – z.B. Gl. $\langle 18 \rangle$ – zur Beschreibung von Sedimentations- o.a. Sichtprozessen eher zu empfehlen.

Verwendete Formelzeichen, Abkürzungen und Indices

c	[m/s]	Sink- bzw. Aufsteiggeschwindigkeit
$C_w ; c_D$	[-]	Widerstandsbeiwert
d	[m]	Teilchen-Durchmesser
f	[-]	Funktion
F	[N]	Kraft
F_z	[-]	Fließ-Zahl
F_z^*	[-]	Grenzfließ-Zahl $= \frac{2}{3\pi}$ Entspricht der bekannten Stabilitäts-Kennzahl Λ für SVB
g	[m/s ²]	Erdbeschleunigung
k	[Pa s ^m]	Proportionalitätsfaktor
m	[.]	Exponent
$\dot{\gamma}$	[s ⁻¹]	Schergefälle, Scherrate
η	[Pa s]	Dynamische, differentielle Viskosität
r, R	[m]	Radius
Re	[-]	Reynolds-Zahl
ρ	[kg/m ³]	Dichte
$\Delta\rho$	[kg/m ³]	Dichtedifferenz ($\rho_K - \rho_{Fl.}$)
$ \Delta\rho $	[kg/m ³]	Absolute Dichtedifferenz
St	[-]	Stokes-Zahl
τ_0	[Pa]	(Schubspannung an der) Fließgrenze

Kenngrößen

Indices

F_z	[-]	Fließ-Zahl	$\frac{\tau_0}{d g \Delta\rho }$	Fl	Fluid
Re	[-]	Reynolds-Zahl	$\frac{c d \rho_{Fl}}{\eta}$	K	Kugel
$Rê$	[-]	Reynolds-Zahl nach DEDEGIL /6/	$\frac{c^2 \rho_{Fl}}{\tau}$	N	Newton
St	[-]	Stokes-Zahl	$\frac{d g \Delta\rho }{\eta \frac{c}{d}}$	o	Null-Wert
				$Ostw.$	Ostwald de Waele
				W	Widerstand

Literatur

- /1/ *Vogel, R.* Zur Sedimentation von kugelförmigen Teilchen in Fluiden mit Fließgrenze
Teil I – Eine kritische Literaturrecherche mit dem Blick auf **Selbst-Verdichtenden-Beton** –
Mitteilung 12/2, Weimar 2012
- /2/ *Beris, A. N.* Creeping motion of a sphere through a Bingham plastic
Tsamopoulos, J. A. J. Fluid Mech. Vol. 158 (1985), pp. 219-244
Armstrong, R. C.
Brown, R. A.
- /3/ *Wünsch, O.* Schwingungsinduzierte Sedimentation in viskoplastischen Fluiden
Diss. 1993, Universität der Bundeswehr Hamburg, S. 5-40
- /4/ *Wüstholtz, T.* Experimentelle und theoretische Untersuchungen der Frischbetoneigenschaften von Selbstverdichtendem Beton.
Diss. 2005, Uni Stuttgart, S. 93-107
- /5/ *Vogel, R.* Zur Tragfähigkeit von Fluiden
Mitteilung 04/5, Weimar 2004
- /6/ *Dedegil, M. Y.* Drag Coefficient and Setting Velocity of Particles in Non-Newtonian Suspensions
Journal of Fluids Engineering 1987, Vol. 109, pp. 319...323
- /7/ *Valentik, L.* The Terminal Velocity of Spheres in Bingham Plastics
Whitmore, R. L. Brit. J. Appl. Phys., Vol. 16 (1965), pp. 1197-1203